

1 Struja provodnosti. Gustina struje

Pod električnom strujom podrazumijevamo usmjereno kretanje elektriciteta (slobodnog naelektrisanja) na ma koji način ono bilo izazvano. Pri tome razlikujemo:

Kondukcionu struju ili struju provodnosti koja nastaje kada unutar neke provodne sredine (metal, elektrolit itd) izazovemo usmjereno kretanje elektriciteta (elektrona, jona) pobuđivanjem električnog polja.

Konvekciona struja koja nastaje mehaničkim prenošenjem naelektrisanja.

Međutim, neki strujni tok tj. struju, ma kako ona nastala, možemo okarakterisati sa samo dvije veličine i to:

1. Intenzitetom ili jačiom strujnog toka

$$i = \frac{dq}{dt} (=) \frac{C}{s} = A \quad (0.1)$$

Tj. kao odnos beskonačno malih veličina u fizičkom smislu (definisanih kao i ranije). Drugim riječima, ova nam veličina pokazuje kolika struja (količina elektriciteta) prođe u jedinici vremena kroz neki presjek odnosno površinu. Naravno, ova veličina nije dovoljna za opisivanje strujnog toka, jer nam ne daje podatak o protoku struje kroz pojedine tačke te površine kao ni podatak o pravcu i smjeru tog proticanja. Tako je uvedena i druga karakteristika strujnog toka:

2. Vektor gustine struje \vec{J} koji se definiše (po intenzitetu) kao

$$J = \frac{di}{dS_n} (=) \frac{A}{m^2} \quad (0.2)$$

Odavde slijedi da je $di = JdS_n$. Prečutno smo pretpostavili da su strujni tok i elementarna površina dS pod pravim uglom, tako da će u opštem slučaju biti

$$di = \vec{J}d\vec{S} \quad (0.3)$$

te se struja i može izraziti preko vektora gustine u obliku

$$i = \int_S \vec{J}d\vec{S} \quad (0.4)$$

tj. struja se sada može definisati kao fluks vektora \vec{J} kroz posmatranu površinu protoka S .

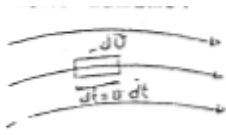
Za pozitivan smjer vektora \vec{J} se uzima (konvencija) smjer kretanja pozitivnog elektriciteta, tj smjer polja \vec{E} .

Napomena: Šta se zbiva sa jednim slobodnim elektronom unutar metala kada smo ga pobudili električnim poljem? On se kreće, ne potpuno slobodno, već se sudara sa okolnim atomima, tako da mu je putanja u obliku cik-cak linije. No ipak, (vidi sliku), možemo uzeti da se on kretao po nekoj srednjoj putanji odnosno liniji koja se zove **strujna linija ili strujnica**. Mikroskopska brzina od tačke do tačke može biti



vrlo različita, ali makroskopski gledano, možemo smatrati da se on kretao na posmatranom putu nekom srednjom (makroskopskom) brzinom \vec{V} . Ova brzina je tangenta na srednju putanju kretanja elektrona.

Posmatrajmo sada ma kakav strujni tok u prostoru i izračunajmo vrijednost vektora gustine struje \vec{J} u nekoj proizvoljnoj tački. (nije važno o kakvoj se struji radi, kondukcionalnoj ili konvekcionalnoj.) Pri tome uzimamo: ΔQ - naelektrisanje jedne čestice, N' - zapreminska gustina čestica (broj čestica u jedinici zapremine) i $\rho = \Delta q \cdot N'$ - zapreminska gustina naelektrisanja.



$$dq = \Delta Q \cdot N' \cdot dv \quad (0.5)$$

$$dv = \Delta S \cdot dl \quad (0.6)$$

$$dq = \Delta Q \cdot N' \cdot \Delta S \cdot dl \quad (0.7)$$

$$dl = v \cdot dt \quad (0.8)$$

$$dq = \Delta Q \cdot N' \cdot \Delta S \cdot v \cdot dt / dt \quad (0.9)$$

$$\Delta i = \frac{dq}{dt} = \Delta Q \cdot N' \cdot v \cdot \Delta S / \Delta S \quad (0.10)$$

$$J = \frac{\Delta i}{\Delta S} = \Delta Q \cdot N' \cdot v \quad (0.11)$$

$$\Delta Q \cdot N' = \rho \quad (0.12)$$

$$J = \rho \cdot v \quad (0.13)$$

Ili

$$\vec{J} = \rho \vec{v} \quad (0.14)$$

Ova relacija važi za bilo kakav strujni tok, kako kondukcioni tako i konvekcioni. Dakle, izraz ima opšti karakter. Pri tome izraz nam kaže da je vektor \vec{J} srazmjeran brzini strujanja elektriciteta! Pošto izraz ima opšti karakter to će važiti i za kondukcionalnu struju.

A kako se kondukcionalna struja javlja kao posledica djelovanja električnog polja \vec{E} , to će brzina kretanja čestica kondukcionalne struje biti veća što je polje jače, tj postojaće neka proporcionalnost između vektora \vec{v} i vektora \vec{E} .

$$\vec{v} \sim \vec{E} \quad (0.15)$$

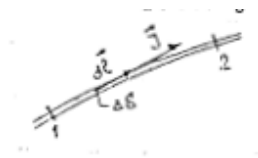
Odnosno,

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (0.16)$$

gdje se konstanta σ odnosi na provodnost sredine u kojoj je uspostavljena kondukcionalna struja usled dejstva polja \vec{E} . Ona karakteriše ili izražava sposobnost te sredine da se u

njoj uspostavi strujni tok. (U suštini, ovo je specifična električna provodnost. Jedinica $\sigma(=) \frac{S}{m}$. Za bakar iznosi $\sigma = 57 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$, dok je za dobre dielektrike reda $10^{-13} \frac{S}{m}$

Gornja relacija predstavlja **Omov zakon u diferencijalnom ili lokalnom obliku**. On ujedno predstavlja jedno od onih mjesta na kojima izrasta Teorija kola iz Elektromagnetike.



Neka je ostvaren strujni tok u tankom žičanom provodniku. Pošto je provodnik tanak možemo pretpostaviti da je struja ravnomjerno raspoređena po površini poprečnog presjeka. A pošto je sredina provodna možemo pisati, na osnovu gornje relacije

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{J} / d\vec{l}, \text{ (skalarno)}$$

$$\vec{E} d\vec{l} = \frac{1}{\sigma} \vec{J} d\vec{l} / \int_1^2 \quad (0.18)$$

$$\int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 \frac{1}{\sigma} \vec{J} d\vec{l} = \int_1^2 \frac{1}{\sigma} \vec{J} d\vec{l} \frac{\Delta S}{\Delta S} \quad (0.19)$$

Kako su \vec{J} i \vec{l} kolinearni vektorski znak se izostavlja. Dalje, kako je $i = JdS$ i pri tome je ravnomjerno raspoređena po presjeku žice to se može izvući ispred integrala. I najzad, kako je provodna sredina metal to je $\sigma = const.$, te se i σ može izvući ispred integrala, pa je:

$$\int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \frac{1}{\sigma} \cdot i \cdot \frac{1}{\Delta S} \int_1^2 dl \quad (0.20)$$

$$\int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = u = \frac{l}{\sigma \Delta S} i = Ri \quad (0.21)$$

$$u = Ri \quad (0.22)$$

Ovo je **Omov zakon u integralnom obliku za metalne provodnike**.

2 Maksvelov postulat. Struja pomjeraja

A . Vektor električnog pomjeraja definisali smo relacijom:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (0.23)$$

Maksvel čini ovakvu pretpostavku: Nije samo vektor \vec{P} gustina pomjerenog naelektrisanja u supstanci nego i član $\epsilon_0 \vec{E}$ koji se odnosi na vakuum, a predstavlja, po svojoj prirodi, takođe površinsku gustinu naelektrisanja i to onog naelektrisanja koje se u vakuumu pomjerilo kroz proizvoljnu zatvorenu površinu S u procesu polarizacije (uspostavljanja polja). I dok smo za vektor \vec{P} u stanju da tačno kažemo koja su to

naelektrisanja koja su se pomjerila u supstanci, dotle za član $\epsilon_0 \vec{E}$ to ne možemo reći iz prostog razloga što ne poznajemo strukturu vakuuma.

Maksvel smatra da i vakuum predstavlja neku materijalnu sredinu, istina nepoznate, ali super fine strukture, u kojoj dolazi do procesa polarizacije. (Po njemu se vakuum ne sastoji od atoma i sličnih čestica u uobičajenom smislu riječi.)

Razumljivo je da se jedna ovakva hipoteza ne može neposredno dokazati. Međutim, ovaj postulat je jedna od osnovnih Maksvelovih hipoteza na osnovu koje je on postavio svoju Teoriju elektromagnetnog polja. Ova teorija biće dokazana u cjelini tek preko posledica koje iz nje slijede.

Dakle, vektor \vec{D} predstavlja, po Maksvelu, površinsku gustinu ukupnog pomjerenog naelektrisanja i u vakuumu i u dielektriku (supstanci uopšte). A to znači matematički

$$|\vec{D}| = \frac{dQ_{po}}{dS} + \frac{dQ_{pd}}{dS} = \frac{dQ_{pu}}{dS} \quad (0.24)$$

gdje je Q_{po} - pomjerenog naelektrisanje u vakuumu kroz S , Q_{pd} - pomjerenog naelektrisanje u dielektriku kroz S , Q_{pu} - ukupno pomjerenog naelektrisanje kroz S i Q slobodno uneseno naelektrisanje.

Ovo je analitički izraz I Maksvelovog postulata! A to dalje znači, da je:

$$Q_{pu} = Q \quad (0.25)$$

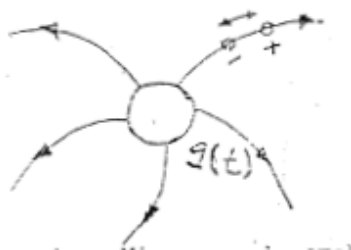
Znači, ukupno pomjerenog naelektrisanje u procesu polarizacije jednako je unesenom slobodnom naelektrisanju.

Pri svem ovom razmatranju smo prećutno pretpostavili da je slobodno naelektrisanje Q vremenski nepromjenljivo.

Napomena: 1. Izvori vektora \vec{D} su samo slobodna naelektrisanja, dok su izvori vektora \vec{E} i vezana i slobodna naelektrisanja.

Maksvelova tvrdnja da je $Q_{pu} = Q$ bazirana je na Faradejevim eksperimentima sa takozvanim Faradejevim preharom. (podrobnije o tome vidjeti u knjizi dr J. Surutke str 63)

Ako naelektrisanje Q nije stalno, već se mijenja po zakonu $q = q(t)$ tada će se i okolno električno polje mijenjati na isti način (i po intenzitetu i po pravcu i po smjeru). No, za razliku od prethodnog slučaja ovdje proces polarizacije nije više **statički već dinamički**. Svaki atom supstance naći će se u stanju neprestanog oscilovanja, koje se odvija u istom ritmu kao i oscilovanje polja. Imaćemo dakle, usmjereno kretanje čestica unutar atoma, tj. u okviru dimenzija atoma. Vezano naelektrisanje se kreće (titra). Mi znamo da svako pomjeranje naelektrisanja stvara struju bez obzira na to da li se radi o vezanom ili slobodnom naelektrisanju.



Ako je posmatrana supstanca bila neki dielektrik onda ćemo u njemu imati pojavu struje vezanog

naelektrisanja. Njen uobičajeni naziv je **struja polarizacije oli struja pomjeraja**. Intenzitet struje polarizacije (kao i svake druge struje) po definiciji će biti:

$$i_p = \frac{dQ_p}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S \bar{D} d\bar{S} = \oint_S \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} d\bar{S} \quad (0.26)$$

jer su operacije diferenciranja po vremenu i integracija po prostoru dvije nezavisne operacije te im možemo zamijeniti mjesta. Ako u posljednjem izrazu napravimo smjenu

$$\bar{J}_p = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (0.27)$$

gdje je \bar{J}_p gustina struje polarizacije, tada imamo da je intenzitet struje pomjeraja dat relacijom

$$i_p = \oint_S \bar{J}_p d\bar{S} \quad (0.28)$$

Kako je vektor \bar{D} zbir dviju komponenata tj $\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$, to će i vektor struje (tj gustine struje pomjeraja) takođe imati dvije komponente:

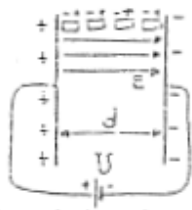
$$\bar{J}_p = \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \quad (0.29)$$

I dok za drugi sabirak možemo pouzdano reći da predstavlja vektor gustine struje polarizacije supstance, dotle za prvi sabirak ne možemo dati nikakvu fizičku interpretaciju iz čistog razloga što još ne poznajemo strukturu vakuuma (pa ne znamo šta se to u njemu pomjera)!

Napomena: U izrazu za vektor \bar{J}_p figurišu parcijalni izvodi zato što je vektor \bar{D} , u opštem slučaju, dat u funkciji kako prostornih koordinata tako i vremena t.

Primjer: Izračunati gustinu struje pomjeraja pločastog kondenzatora, i to u dva slučaja: a) kondenzator je priključen na izvor jednosmjernog napona, i b) kondenzator je priključen na izvor prostoperiodičnog napona.

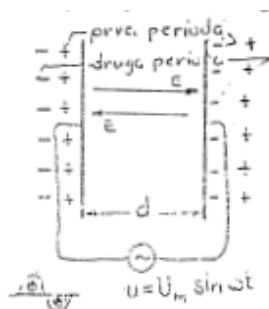
A) Uspostavljanjem električnog polja dolazi do polarizacije vakuuma. Proces polarizacije se završava čim se uspostavi ravnoteža između restitucionih (privlačnih) sila unutar čestica dielektrika sa električnim silama polja (Kulonove sile).



Proces polarizacije traje fantastično kratko vrijeme, negdje oko $10^{-15} s$. To je ujedno i vrijeme uspostavljanja struje u kolu. Prema I. Maksimalnom postulat, količina protekle struje jednaka je količini pozitivnih (ili negativnih) naelektrisanja na jednoj od obloga kondenzatora! Dakle, o nekom trajnom uspostavljanju struje nema ni govora. ($\bar{J}_p = 0$; $Q_p = Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} U$)

B) Priključimo sada kondenzator na izvor prostoperiodičnog napona datog relacijom

$$u = U_m \sin \omega t \quad (0.30)$$



Uspostavljanjem promjenjivog (prostoperiodičnog) električnog polja dolazi do neprekidnog titranja naelektrisanih čestica koje izgrađuju strukturu dielektrika, koje titraju u ritmu promjene polja. Proces polarizacije postaje sada trajan proces i to promjenjiv u vremenu, te se javlja struja polarizacije

(pomjeraja). Naelektrisanja na oblogama se stalno mijenjaju. Kažemo da kroz ovo kolo protiče struja, iako je kolo električki razdvojeno (dielektrikom između obloga)! U ovakvom kolu kondukciona struja protiče samo kroz žice do obloga kondenzatora, da bi se između obloga nastavila u obliku struje polarizacije!

Izračunajmo sada gustinu struje polarizacije (pomjeraja).

$$J_p = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon E) = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u}{d}\right) = \frac{\epsilon}{d} U_m \omega \cos \omega t = J_{pm} \cos \omega t \quad (0.31)$$

Trenutnu vrijednost gustine struje pomjeraja možemo napisati i u obliku

$J_p = \frac{\epsilon}{d} U_m \omega \sin(\omega t + \pi/2)$, što znači da ova struja prednjači naponu koji ju je izazvao za $T/4$. ova struja se često naziva kapacitivna struja.

3 Veza između intenziteta električne struje i magnetskog polja. Amperov zakon.

Magnetno polje, kao fizički fenomen, odavno je poznat. Sve do 1821. godine smatralo se da magnetno polje postoji samo u okolini stalnih magneta.

Međutim, 1821. godine Ersted je utvrdio da magnetna igla skreće u blizini strujnih provodnika. Neočekivanoj činjenici, razumljivo, nije moglo biti nikakvog drugog objašnjenja do zaključka da i struja (dakle kretanje elektriciteta) dovodi do stvaranja magnetnog polja kao i kod stalnih magneta.

Erstedov zaključak se može i ovako interpretirati: budući da je, najčešće, usmjereno strujanje elektriciteta izazvano električnim poljem proizilazi, po prvi put u historiji ove nauke, da se može naslutiti duboka veza između električnog i magnetnog polja. Naime, električno polje stvara struju, a struja stvara magnetsko polje!

No, odmah da napomenemo, još uvijek se ne može tvrditi da je ta veza opšteg karaktera! Jer strujanje elektriciteta (usmjereno) ne mora biti izazvano samo električnim poljem. I mehaničko prenošenje elektriciteta (konvekciona struja) takođe izaziva magnetno polje.